

DÉTECTION VIBROACOUSTIQUE DES FISSURES DE FATIGUE DANS LES POUTRES

K. El Bikri, A. Berry, R. Gauvin
Département de Génie Mécanique, Université de Sherbrooke
Sherbrooke J1K 2R1

1- INTRODUCTION:

Certaines structures immergées sont soumises à des chargements cycliques qui, avec le phénomène de corrosion, constituent les principales causes d'initiation et de propagation des fissures dites de fatigue. Pour cela les techniques de contrôle non destructif font l'objet d'un champ de recherche actif pour détecter et identifier ces fissures qui peuvent être, dans certaines situations, très nocives. Dans les dix dernières années, une stratégie de détection des fissures a été développée utilisant une technique d'analyse modale mais dont le potentiel est encore mal exploité; l'objet de cette présente étude sera d'examiner dans un premier volet, la faisabilité de la méthode en vue de localiser et de caractériser les fissures de fatigue dans une poutre, puis dans un deuxième volet, déterminer le rayonnement acoustique de la même poutre afin d'estimer la sensibilité de cette approche quant à la profondeur de la fissure. L'idée de base de cette méthode est qu'une fissure dans une structure introduit une flexibilité locale qui va affecter la réponse vibratoire de la structure et par conséquent son rayonnement acoustique.

2-FORMULATION THÉORIQUE:

Pour étudier l'effet d'une fissure sur la réponse dynamique d'une poutre élastique sollicitée par un moment de flexion pure P_s tel que montré dans la figure 1., nous avons à établir l'expression du coefficient de flexibilité locale C_{ss} en fonction de la profondeur a de la fissure. La théorie classique de la mécanique de la rupture [1] permet, en appliquant l'équation de Paris et le théorème de castigliano, permet d'aboutir au résultat suivant:

$$C_{ss} = \frac{6(1-\nu^2)h}{EI} F\left(\frac{a}{h}\right) \quad (1)$$

$$\text{où } F\left(\frac{a}{h}\right) = \int_0^{\frac{a}{h}} \left(\frac{\pi x}{h}\right) f^2\left(\frac{a}{h}\right) d\left(\frac{a}{h}\right) \quad (2)$$

$f\left(\frac{a}{h}\right)$ étant une fonction de $\frac{a}{h}$ dont l'expression est déterminée pour la configuration géométrique considéré.

La poutre fissurée est modélisée comme deux éléments de poutre qui doivent satisfaire les conditions de continuité en plus des conditions aux limites imposées, de ce fait chaque élément de poutre vérifie l'équation de vibration de flexion d'une poutre uniforme soit:

$$\frac{d^4 W_i}{dx^4} - k^4 W_i(x) = 0 \quad i = 1,2 \quad (3)$$

où $k^4 = \frac{\omega^2 \rho S}{EI}$, S est la section de la poutre, ρ est la densité du matériel, $(W_i)_{i=1,2}$ est le déplacement vertical pour chaque élément de poutre.

la solution générale de l'équation (3) s'écrit

$$w_i(x) = A_i \cosh(kx) + B_i \sinh(kx) + C_i \cos(kx) + D_i \sin(kx) \quad (4)$$

Pour une fissure située à une position $x=x_0$, les conditions de continuité se traduisent par :

$$W_1(x_0) = W_2(x_0), W_1'(x_0) = W_2'(x_0), W_1''(x_0) = W_2''(x_0) \quad (5-7)$$

$$EI C_{ss} W_1'(x_0) + W_1'(x_0) = W_2'(x_0) \quad (8)$$

les conditions aux limites par contre, elles sont arbitraires. En substituant la solution (4) dans les équations correspondant aux conditions aux limites et aux conditions de continuité, nous aboutissons à un système d'équations algébriques linéaires de huit coefficients inconnus $A_i, B_i, C_i, D_i, i=1,2$. les fréquences naturelles sont alors calculées en posant le déterminant du système égal à zéro.

En ce qui concerne le rayonnement acoustique, la formule de Rayleigh [2] fournit l'expression de la pression acoustique en champ lointain pour une poutre plane, bafflée et de dimension finie.

$$p(R, \theta, \varphi) = -\rho_0 \omega^2 \frac{e^{-jkR}}{2\pi R} \bar{W}(\lambda, \mu) \quad (9)$$

où $\bar{W}(\lambda, \mu)$ est la transformé de Fourier spatiale bidimensionnelle du déplacement de la surface qui vibre.

$$\text{Avec } \lambda = \frac{\omega}{c_0} \sin\theta \cos\varphi, \quad \mu = \frac{\omega}{c_0} \sin\theta \sin\varphi$$

En régime forcé, vue la linéarité des équations, nous pouvons décomposer le déplacement dans la base modale soit

$$W(x) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i W_i$$

la vitesse quadratique moyenne prend alors l'expression suivante:

$$\langle \dot{W}^2 \rangle = \frac{\omega^2}{2l} \sum_{n=1}^{\infty} |a_n|^2 N_n \quad (10)$$

$$\text{où } N_n = \int_0^l W_n^2(x) dx |\bar{W}|^2 \quad (11)$$

3-RÉSULTATS ET DISCUSSION:

La figure 2. montre la courbe théorique et les valeurs expérimentales des fréquences de résonance du troisième mode de vibration d'une poutre, libre à ses deux extrémités, en fonction de la profondeur de la fissure, située au centre de la poutre. La chute des fréquences propres avec l'augmentation de la profondeur de la fissure est due à la diminution de la rigidité. La comparaison des résultats montre que les valeurs théoriques et expérimentales concordent presque parfaitement, nous remarquons également que les variations des fréquences propres avec la profondeur de la fissure ne sont significatives qu'à partir de 30% de l'épaisseur de la poutre. Quant à l'effet de la fissure sur la déformée du mode 3, il est de plus en plus marqué au fur et à mesure que la fissure est profonde comme indiqué par la figure 3.. Cet effet très local, peut-être exploité pour localiser la position de la fissure. Sur le plan rayonnement acoustique, l'intensité acoustique modale donnée par

le paramètre $|\bar{W}|^2$, qui lui est proportionnel, est représentée à la figure 4. en terme de directivité et en fonction de la variable $k l$ à la figure 5., dans ce cas pour une fréquence donnée, i.e pour une valeur du vecteur d'onde acoustique, nous avons la gamme des vecteurs d'onde mécanique correspondant aux composantes qui rayonnent. En régime forcé, la vitesse quadratique moyenne dans le cas d'une poutre sur appuis avec une fissure au centre et une excitation au 1/4 de la portée de la poutre est représentée à la figure 6. , le résultats obtenu confirme bien le glissement des fréquences, en outre on voit que le pic correspondant au mode 2

n'est pas affecté par la présence de la fissure puisqu'elle est située au centre de la poutre.

4-CONCLUSION:

Le modèle présenté permet de déterminer la réponse vibroacoustique d'une poutre avec une fissure de fatigue; il constitue un outil très utile pour une étude paramétrique modale complète permettant de dégager les critères de détection des fissures dans les poutres. La sensibilité des fréquences naturelles à la présence de la fissure est médiocre, toutefois la méthode peut-être utilisée de façon satisfaisant pour la localisation des fissures à partir des déformées propres. Le rayonnement acoustique représente un moyen de détection des fissures plus sensible que l'analyse modale.

5-RÉFÉRENCES:

1. Tada, H. The stress analysis of cracks handbook, Del Research Corp. Hellertown, Pennsylvania, 1973.
2. Lesueur, C. et al., Rayonnement acoustique des structures, Eyrolle, 1987.
3. Papadopoulos, C.A. and Dimarogonas, A.D., Coupled longitudinal and bending vibrations of cracked shaft, J.vibration,acoustics, stress and reliability in design, 110, 1-8, 1988.
4. Rizos, P.F., Aspragathos, N. and Dimarogonas, A.D., Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes, Journal of sound and vibration, 138, 381-388, 1990.

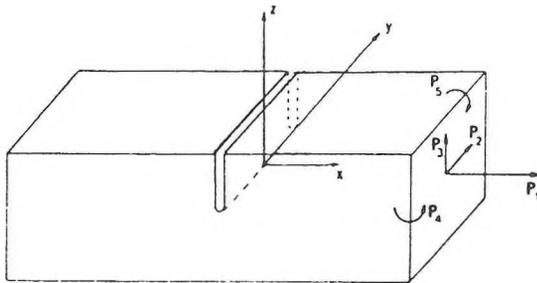


figure 1. élément de poutre chargé avec une fissure transversale

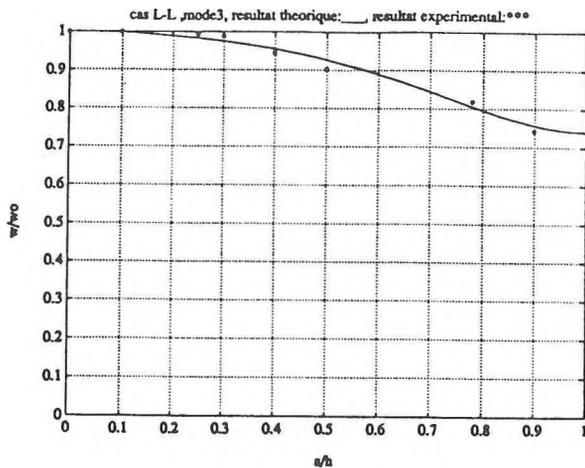


figure 2.

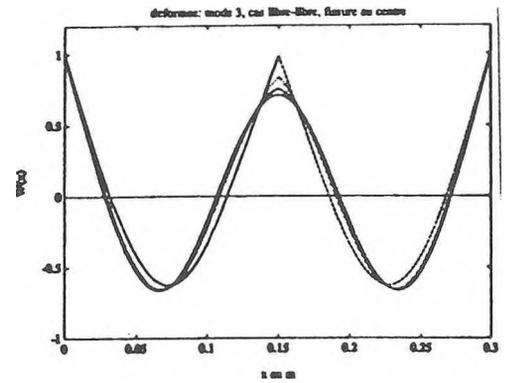


figure 3.

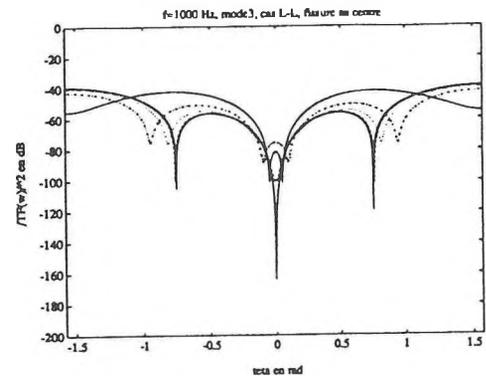


figure 4.

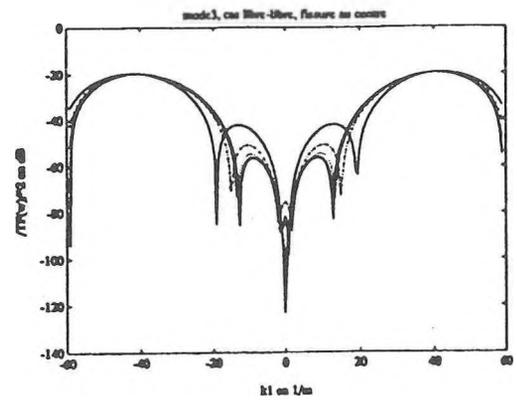


figure 5.

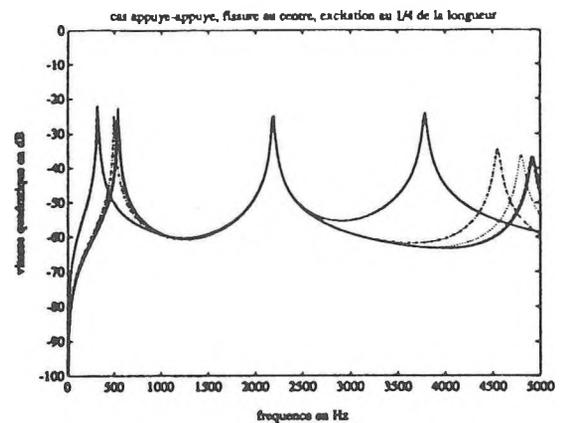


figure 6.