

# RAYONNEMENT ACOUSTIQUE PRODUIT LORS DU CHOC INÉLASTIQUE ENTRE UNE SPHÈRE ET UNE PLAQUE MINCE RECTANGULAIRE.

P. TROCCAZ, R. WOODCOCK, F. LAVILLE

École de technologie supérieure  
Département de Génie Mécanique  
4750, avenue Henri-Julien, Montréal, QC H2T 2C8

## INTRODUCTION

L'impact entre deux structures est une cause importante de bruit dans l'industrie mécanique. Cependant, d'un point de vue théorique, c'est un phénomène peu connu.

Les modèles disponibles dans la littérature utilisent des plaques infinies ou des plaques finies circulaires et la force à l'impact est souvent approximée par une fonction trigonométrique. Dans le modèle développé, la plaque est rectangulaire sur appuis simples, et la force à l'impact sera calculée.

## I - CALCUL DE LA FORCE A L'IMPACT

Le calcul de la force à l'impact est effectué par résolution numérique du système de trois équations [1]:

La première équation est obtenue à partir de la loi de Newton :

$$\frac{d^2}{dt^2}(u(t) + w(t)) + \frac{1}{m} F(t) = 0$$

La deuxième équation donne la réponse de la plaque :

$$w(t) = \int_0^t F(\tau) M(t - \tau) d\tau$$

où  $M(t)$  est la mobilité impulsionnelle de la plaque,  $u(t)$  le déplacement de la bille,  $w(t)$  le déplacement de la plaque,  $m$  la masse de la bille et  $F(t)$  la force à l'impact. (Voir schéma du dispositif en figure 1.)

La troisième équation est déterminée par la relation entre la force de contact et le déplacement. Si on considère que l'impact est élastique, la force est donnée par la loi de Hertz [2]:

$$F(t) = K \cdot u(t)^{3/2}$$

La loi de Hertz a été étendue au cas de déformations plastiques en combinant plusieurs modèles théoriques ([3], [4]), car ce type de déformation est très courant lors des chocs (par exemple dans le procédé de rivetage). La phase de contact est alors divisée en trois zones :

- Déformation élastique:  $F(t) = K \cdot u(t)^{3/2}$
- Déformation purement plastique, dès que la contrainte sur la surface de contact devient supérieure à  $P_0$ , limite élastique dynamique du matériau. L'expression de la force est alors  $F(t) = 2\pi R P_0 u(t)$ . Cette phase se termine lorsque la force atteint sa valeur maximale  $F_{max}$ .
- Déformation élastique lors du rebond:

$$F(t) = F_{max} \cdot \left( \frac{u(t) - u_r}{u_m - u_r} \right)^{3/2} \text{ où } u_r \text{ est le déplacement résiduel (plastique) et } u_m \text{ le déplacement maximal (plastique et élastique).}$$

## II - CALCUL DE LA PRESSION ACOUSTIQUE

Connaissant  $F(t)$ , la pression acoustique dans le domaine temporel est obtenue à partir de l'intégrale de Rayleigh. Le cas de

la bille, qui conduit à une forme analytique, ne sera pas présenté dans cette communication. Le cas présenté sera celui, plus complexe, de la plaque, qui nécessite une intégration numérique où chaque élément de surface est considéré comme une source ponctuelle.

La solution générale de l'équation du mouvement d'une plaque rectangulaire finie de dimensions  $a$  et  $b$  et d'épaisseur  $h$  soumise à la force ponctuelle  $F(t)$  est [5]:

$$w(t) = \frac{4}{\rho h a b} \sum_i \sum_j \frac{H_{ij}(x, y) H_{ij}(x_0, y_0)}{\omega_{ij}^*} \int_0^t F(\tau) e^{-\xi \omega_{ij}(t - \tau)} \sin[\omega_{ij}^*(t - \tau)] d\tau$$

avec

$$H_{ij}(x, y) = \sin\left(\frac{i\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{j\pi}{b} y\right)$$

$$\omega_{ij} = \sqrt{\frac{D}{\rho h} \left[ \left(\frac{i\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{j\pi}{b}\right)^2 \right]}$$

$$\omega_{ij}^* = \omega_{ij} \sqrt{1 - \xi^2}, D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$\xi$  rapport d'amortissement  
 $(x_0, y_0)$  coordonnées du point d'impact

La pression acoustique en un point  $M$  de l'espace de coordonnées  $(r, \theta, \varphi)$  est alors obtenue en calculant numériquement l'intégrale

$$p(r, \theta, \varphi, t) = \frac{\rho_0}{2\pi} \int_S \frac{\ddot{w}\left(x, y, t - \frac{d}{c}\right)}{d} dS$$

où  $d$  est la distance entre l'élément de surface considéré et le point de mesure.

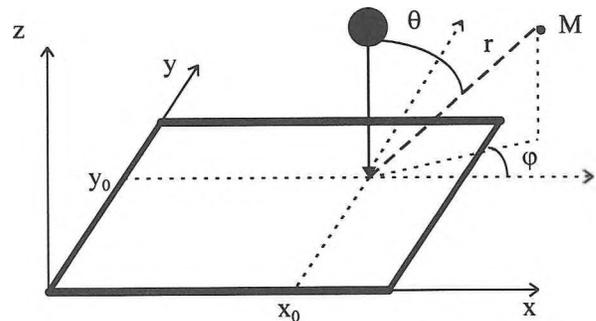


Figure 1

### III - RÉSULTATS

#### 1- Force à l'impact:

La figure 2 montre que la prise en compte des déformations plastiques diminue la valeur maximale de la force et déplace ce maximum dans le temps (par rapport au cas purement élastique).

Les résultats présentés concernent un choc entre une sphère en acier de diamètre 7,8 mm et une plaque en aluminium de dimensions 405×325×3 mm. La vitesse initiale de la bille est 1,40 m/s et l'impact a lieu au centre de la plaque.

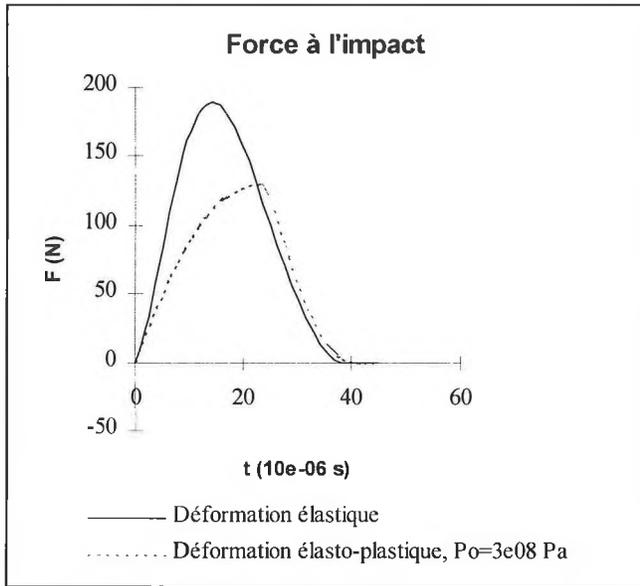


Figure 2

#### 2 - Pression acoustique:

Les courbes de pression acoustique obtenues comportent trois zones distinctes. Premièrement, un pic correspondant à la déformation initiale de la plaque au point d'impact (régime "transitoire"), deuxièmement, une zone de pression faible ou nulle correspondant à la propagation des ondes de déformation jusqu'au bord de la plaque (cette zone existe si le point de mesure est situé près de la normale à la plaque au point d'impact car le rayonnement acoustique des ondes qui s'éloignent du point d'impact ne l'atteint pas en premier), et, troisièmement, une zone correspondant au passage des ondes de déformation réfléchies par les bords de la plaque (régime "pseudo-permanent").

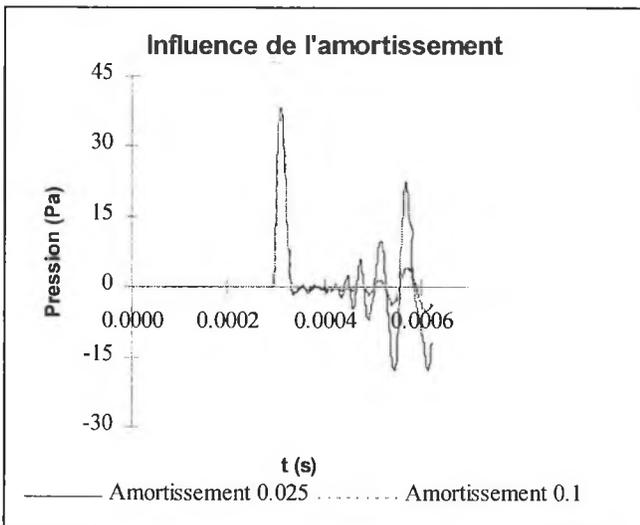


Figure 3

Le modèle est alors utilisé pour déterminer la contribution aux différentes parties du bruit d'impact de paramètres caractérisant les deux structures intervenant dans le choc. Les deux résultats suivants concernent un point de mesure situé à 10 cm de la plaque au-dessous du point d'impact, tel que  $\theta = \varphi = 0$ .

Le premier résultat montre que l'amortissement n'a une influence que sur le régime pseudo-permanent (voir figure 3).

Le deuxième résultat montre que par contre, le fait de changer le matériau de la plaque pour un matériau plus plastique permet de réduire le bruit rayonné dans toutes les zones (voir figure 4).

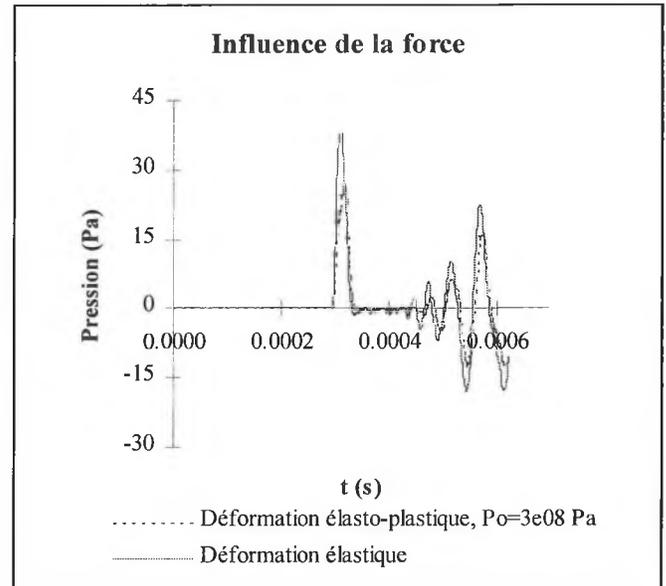


Figure 4

### CONCLUSION

Le modèle développé a permis de mettre en évidence les différentes composantes du bruit dû à l'impact entre une sphère et une plaque mince rectangulaire, ainsi que de voir par quels moyens on peut arriver à réduire ce bruit.

Son utilisation pour la conception optimale de systèmes mécaniques dont le fonctionnement comporte un impact a été illustrée par une étude paramétrique sur l'amortissement et sur la plasticité du matériau de la plaque.

### RÉFÉRENCES

- [1] F.Laville, D.Trentin, "Impact noise modeling with application to noise control at the source in the case of a plastic granulator", *Inter - Noise 92*, 607-609.
- [2] W.Goldsmith, *Impact*, Edward Arnold Publishers, London, 1960.
- [3] D.Tabor, *The Hardness of Metals*, Oxford, The Clarendon Press, 1951.
- [4] S.Chattopadhyay, "Permanent indentation effects on the impact response of elastic plates", *Journal of the Acoustical Society of America*, 82(2):493-497, 1987.
- [5] M.Tokunaga, A. Ackay and M. Latcha, "A theoretical analysis of transient sound radiation from a clamped circular plate", *Journal of Applied Mechanics*, 51:41-46, 1984.